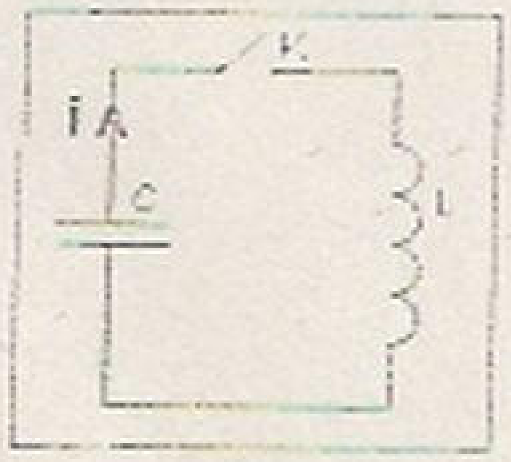
Lycée Pilote
Sfax

SERIE 5 | LE CIRCUIT RLC EN REGIME LIBRE | **4ème Année** (M.Ben Amor)

Exercice 1

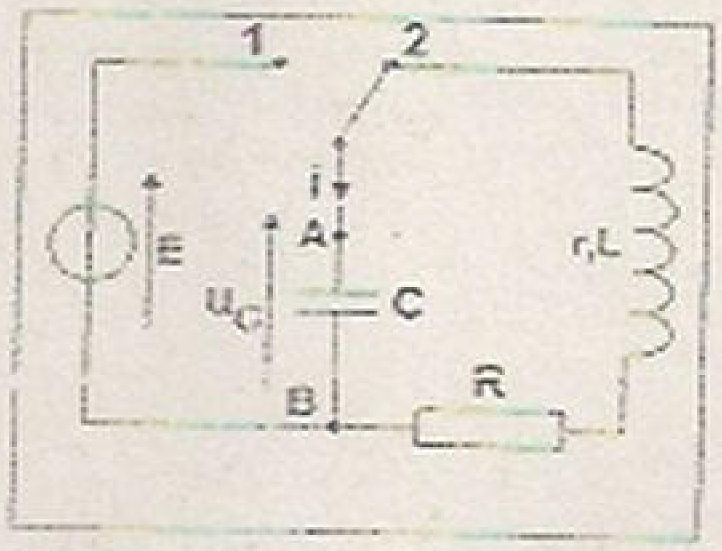
Un condensateur est initialement chargé sous une tension E= 6 V puis inséré dans le montage suivant. On donne: C=2,25 mF et L= 0,1H. On considère que la bobine a une résistance négligeable.
À la date t = 0, on ferme l'interrupteur K.

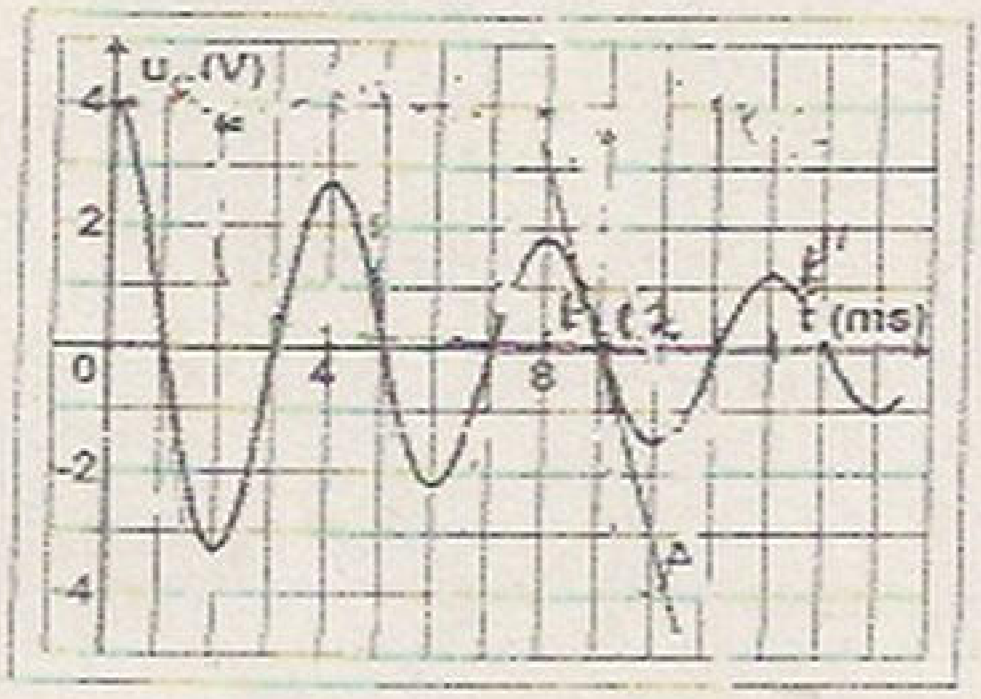


1) Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit u_C (t).
2) La solution de cette équation différentielle est de la forme : u_C (t)= a sin ($\omega_0 t$ + b).
   a) En reportant cette expression dans l'équation différentielle, déterminer l'expression de ω_0. Calculer sa valeur.
   b) Quelles sont les valeurs de u_C et de i à la date t = 0. En déduire les valeurs des constantes a et b.
   c) Représenter les courbes u_C (t) et i (t).

Exercice 2

On réalise le montage ci- dessous. On prend C= 2µF. Le condensateur est préalablement chargé (K en position1) On bascule K en position 2 et on enregistre les variations de la tension u_C aux bornes du condensateur. On observe la courbe ci-contre.

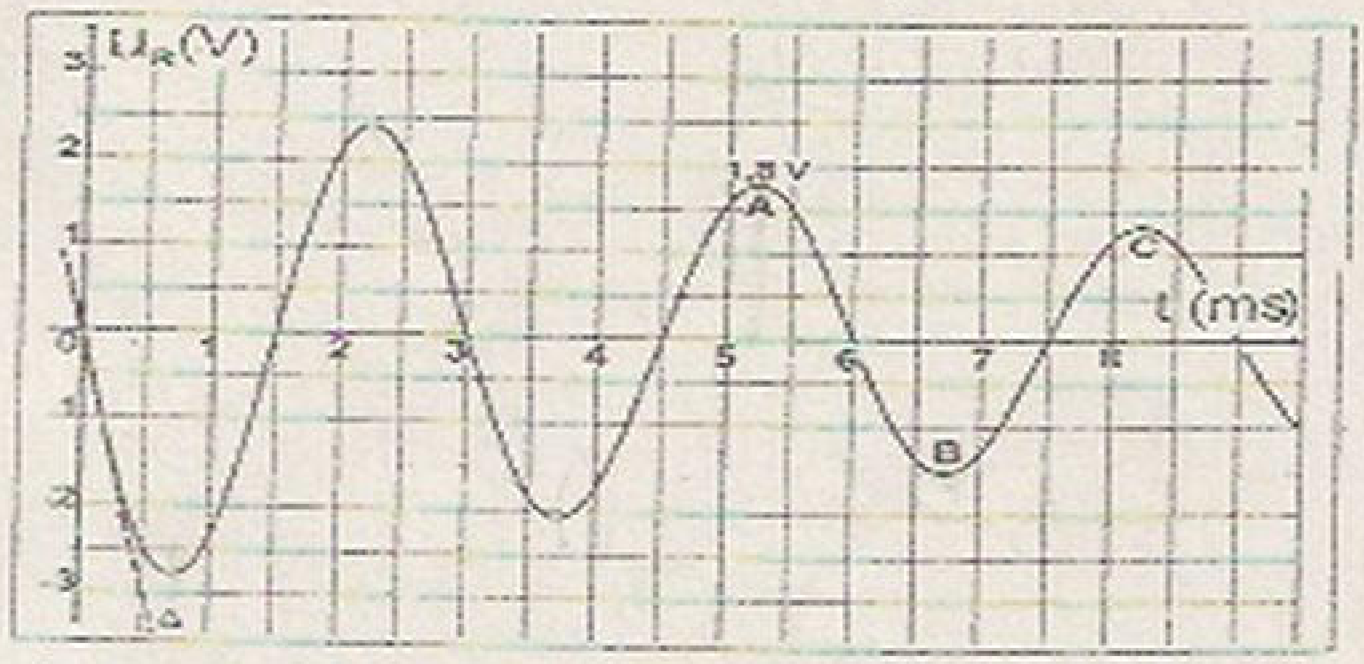




1) Pourquoi parle-t-on d'oscillations libres et amorties?
2) Quel est le régime d'oscillations observé. Déterminer la pseudopériode de ces oscillations.
3) En admettant que l'on peut assimiler cette pseudopériode à la période propre T_0 du circuit, calculer l'inductance L de la bobine.
4) Calculer l'intensité du courant i_1 à la date t_1= 4 ms et i_2 à t_2= 9 ms. Justifier le signe de l'intensité i_2.
5) Calculer la perte d'énergie entre les dates t_1 et t_2.
6) Représenter l'allure de la courbe u_C(t) si R devient très grande et si (R+r) est supposée nulle.

Exercice 3

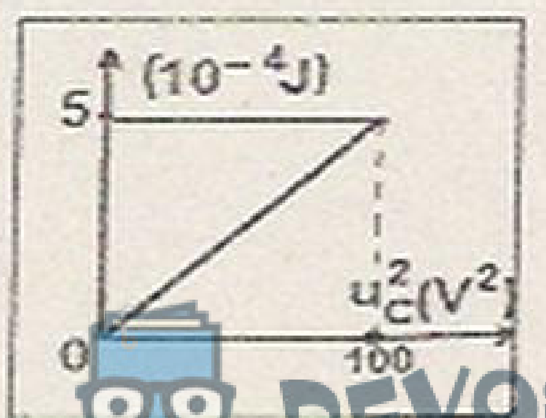
Un condensateur de capacité C est chargé sous une tension U_0 = 12V. On effectue ensuite sa décharge dans un dipôle série constitué d'une résistance R=30 Ω, et d'une bobine d'inductance L et de résistance r.
La courbe représentant la tension u_R(t) aux bornes de la résistance R est représentée ci-dessous.
Les oscillations étant faiblement amorties, on confond la pseudopériode avec la période propre et on prend *u_C=0 lorsque i est extrémale.*



1) Quelle est la valeur de la pseudopériode T ? Pourquoi la tension u_R est-elle négative au début de la décharge? (u_{C0} = U_0 = 12V à t = 0).
2) Quelle est la valeur de la tension u_b aux bornes de la bobine à t = 0.
3) Mesurer sur la courbe la valeur de di/dt à t=0. En déduire les valeurs de L et de C.
4) Montrer que l'énergie totale du circuit diminue au cours du temps.
5) Calculer la perte d'énergie entre les dates t_0 et t_A et entre t_A et t_B.
6) Calculer le pourcentage d'énergie perdue chaque demi-pseudopériode sachant que ce pourcentage est constant. Calculer u_R à la date t_C et à la date t_D = 23,25 ms.

Exercice 4 :

On étudie les oscillations libres d'un circuit LC : un condensateur chargé de capacité C lié à une bobine d'inductance L et sans résistance.



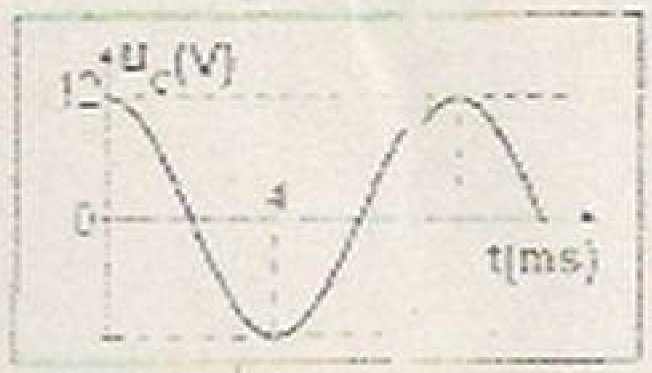
1) Etablir l'équation différentielle avec la variable q, charge de l'une des armatures à la date t. Déduire l'équation différentielle avec la variable u_C, tension aux bornes du condensateur. Quelle est la solution u_C(t) de cette équation.
2) Exprimer l'énergie E emmagasinée dans le circuit en fonction de u_c et du_c/dt. Montrer que l'oscillateur est non amorti.
3) On donne les courbes des énergies totale E et électrostatique E_e en fonction de u_c^2
   a) Déduire les valeurs de E, de l'amplitude $U_{C m}$, et de la capacité C.
   b) Calculer l'énergie magnétique de la bobine pour u_C = 0, $u_C = 5\sqrt{2}$ V et u_C =10V

4) On donne l'oscillogramme $u_c(t)$ pour une autre tension de charge.

a) Calculer la fréquence du courant dans le circuit et déduire la valeur de L.

b) Déterminer les expressions de q (t) et i (t) en donnant les amplitudes et les phases initiales.

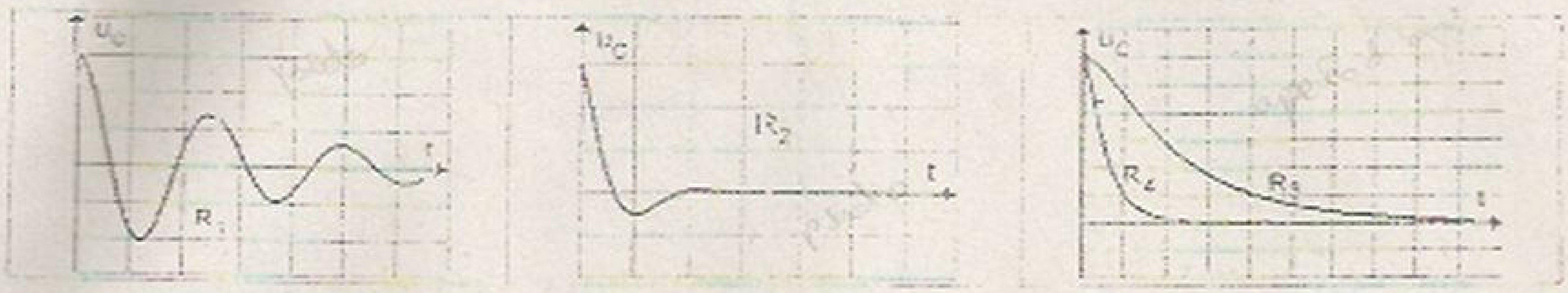
c) Représenter les courbes q(t) et i(t) sur le même graphique



5) On ajoute dans le circuit un resistor de résistance R et on ferme le circuit à t=0

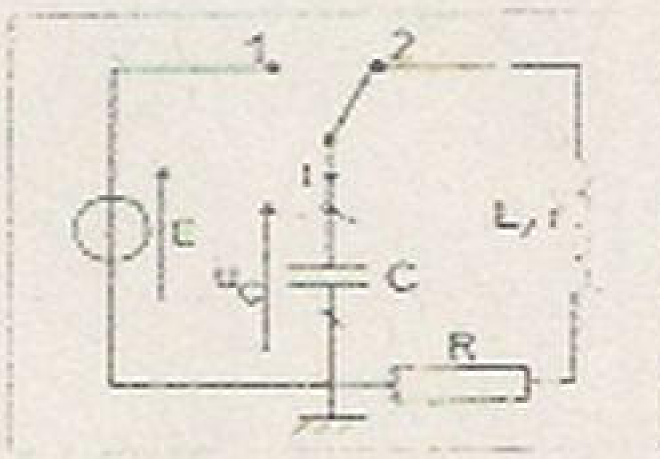
En faisant varier R, on observe les courbes suivantes

Nommer les régimes d'oscillations et comparer les résistances R$_1$, R$_2$, R$_3$ et R$_4$



Exercice 5 :

On réalise le circuit correspondant au schéma ci-contre. Le condensateur de capacité C est chargé à l'aide d'un générateur idéal de tension continue E (commutateur en position 1). A t = 0, on bascule le commutateur en position 2 pour décharger ce condensateur à travers un circuit comportant une bobine d'inductance L et de résistance r en série avec un résistor de résistance R.



1) Étude des oscillations

Un dispositif d'acquisition relié à un ordinateur permet de suivre pendant la décharge, d'une part l'évolution au cours du temps de la tension u_C aux bornes du condensateur et d'autre part celle de l'intensité i du courant

a) Les oscillations sont-elles libres ou forcées ? Quelle est la valeur de la pseudopériode des oscillations?

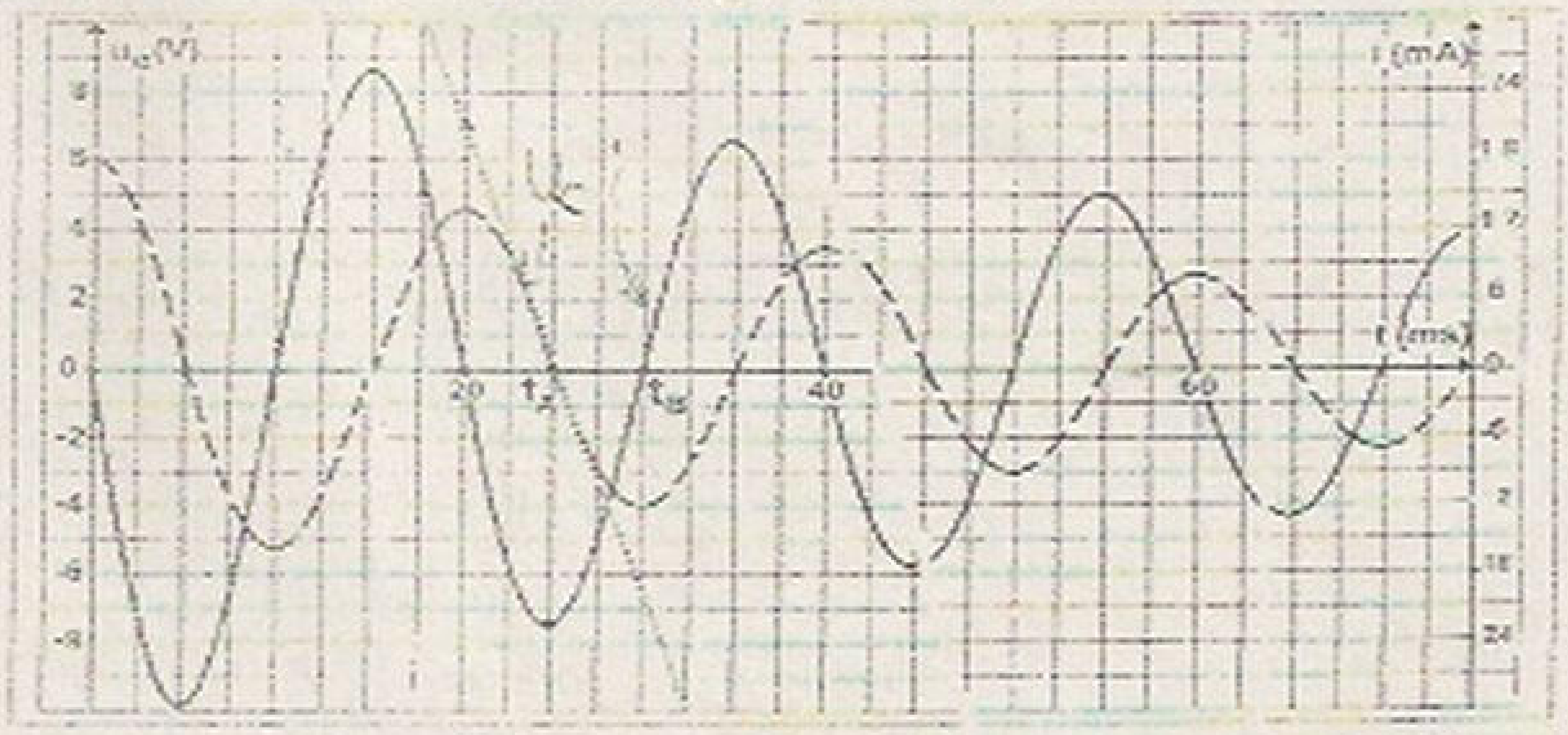
b) Entre les instants de dates t_A et t_B, le condensateur se charge-t-il ou se décharge-t-il? Justifier la réponse.

c) Quel est le sens du courant entre t_A et t_B

d) Montrer que C = 16 µF environ.

Déduire l'inductance L de la bobine si on confond T avec T_0.

e) Montrer que la fem d'auto induction n'est pas nulle à la date t_A. Calculer ses valeurs à t_A et t_B si (r + R) = 17,8 Ω.



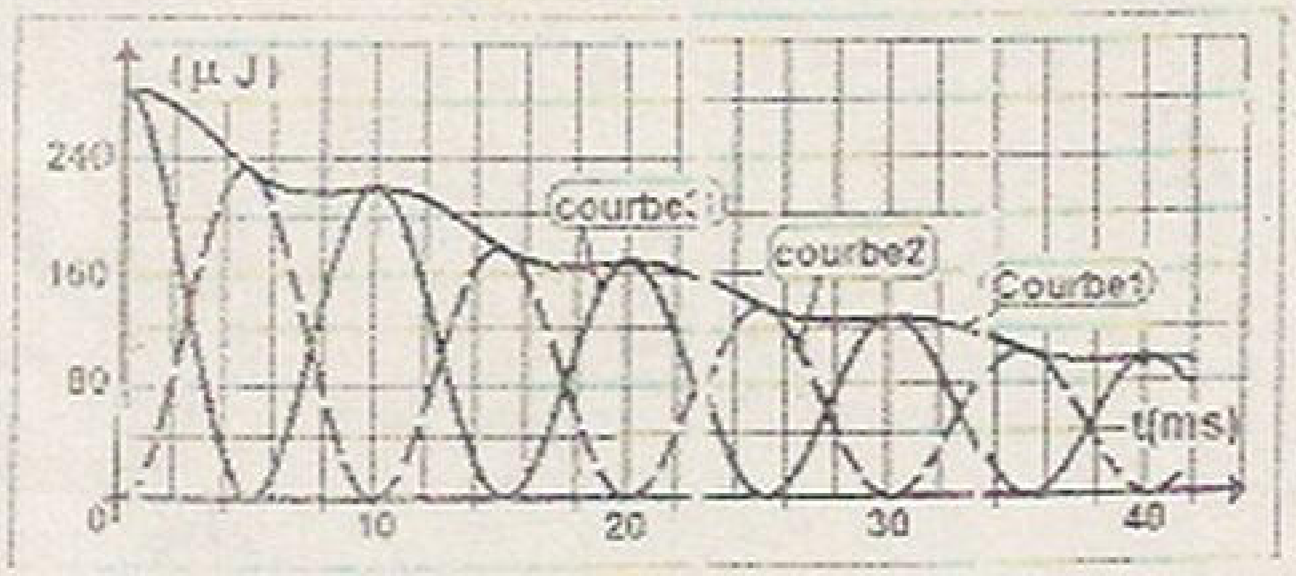
2) Étude énergétique

Un logiciel fournit les 3 courbes donnant la variation en fonction du temps des énergies totale E, électrostatique E_e et magnétique E_m.

a) Identifier les trois courbes.

b) Montrer que E diminue au cours du temps.

c) Calculer la perte d'énergie après 40 ms



3) Étude des oscillations non amorties :

On suppose maintenant que l'oscillateur ne comporte aucune résistance et on prend C = 16 µF et L = 0,64 H.

Dans ces conditions, la tension u_c aux bornes du condensateur est de la forme: $u_C(t) = U_m \sin(\omega_0 t + \varphi_{uc})$

a) Calculer les valeurs de U_m, ω_0 et φ_{uc}. Quelle est la valeur de la période propre T_0 de l'oscillateur.

b) Etablir les expressions de q(t), i (t) et u_b (t).

c) Calculer l'intensité du courant lorsque u_C = 3V. A quelles dates a-t-on u_C = 3V.

d) Établir les expressions des énergies E_e et E_m en fonction de t.

Montrer que l'énergie totale du circuit est conservée. Calculer sa valeur.

e) A quelles dates, la moitié de l'énergie totale est emmagasinée dans la bobine.

Représenter les courbes des énergies E_e et E_m en fonction de u_c et en fonction de t.

Exercice n° 1

Le circuit de la figure-1 comporte une bobine d'inductance L = 0,04 H et de résistance négligeable, un condensateur plan d'armatures A et B, de capacité C, préalablement chargé et un interrupteur k.

On indique par Q_0 la charge initiale de l'armature A et par q(t) la charge instantanée de cette armature.

k étant ouvert, la mesure de la tension U_{AB} par un voltmètre donne $U_{AB} = U_0$.

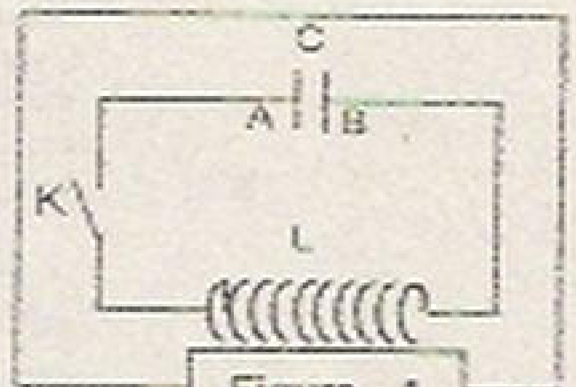


Figure - 1

1°) Exprimer la charge Q_0 et l'énergie W_0 emmagasinée par le condensateur en fonction de C et U_0

2°) On ferme k à t = 0 s.

a- Expliquer le phénomène qui se produit dans ce circuit.

b- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge q(t).

c- La solution de cette équation est de la forme $q(t) = Qm \sin(\omega_0 t + \varphi)$

Donner l' expression de la pulsation propre w_0 et déterminer la valeur de φ.

3°) La figure-2 représente la variation de l'énergie électrostatique Ec emmagasinée par le condensateur au cours du temps.

a- Montrer que $Ec(t) = \frac{CU_0^2}{2}\sin^2(\omega_0 t + \varphi)$.

b- A partir de la courbe donner les valeurs de la période T et de la valeur maximale Ecm de la fonction Ec (t).

c- Sachant que U_0 = 40 V Déterminer C et en déduire w_0, la période propre T_0 et Q_0.

d- Comparer T_0 et T.

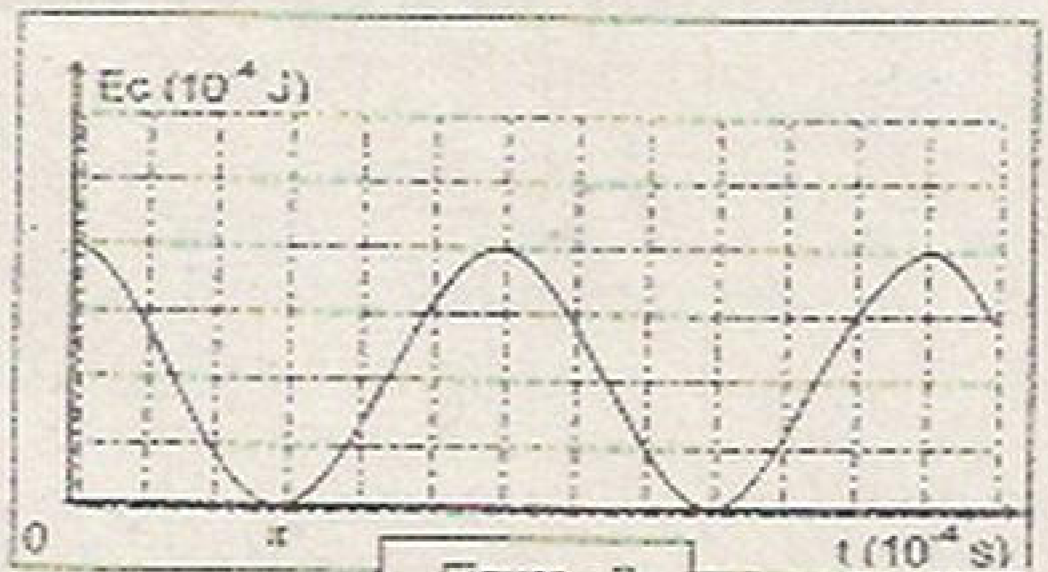


Figure - 2

4°) a- Montrer que l'énergie magnétique emmagasinée par la bobine est :

$E_L(t) = \frac{CU_0^2}{2}\cos^2(\omega_0 t + \varphi)$.

b- Montrer que l'énergie électromagnétique E du circuit se conserve.

Comment explique-t-on sa conservation ?

Exercice n° 2

On considère un circuit formé par une bobine d'inductance L et de résistance négligeable et un condensateur de capacité C initialement chargé sous une tension U_0.

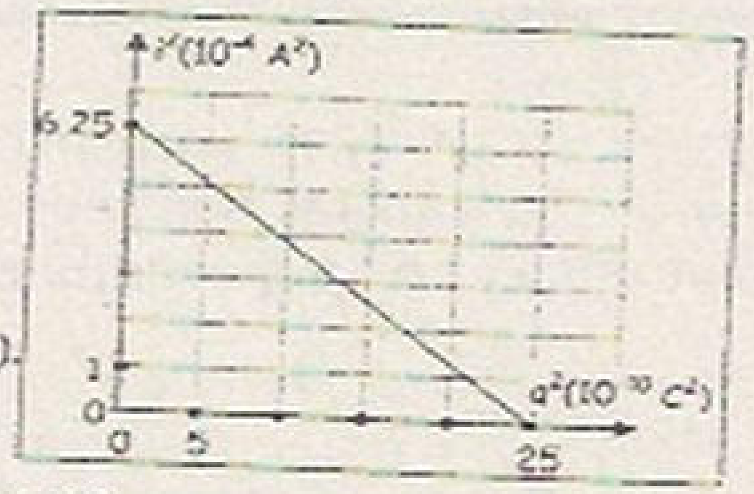
1°) Exprimer la charge initiale du condensateur en fonction de U_0 et C.

2°) a- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge q de l'une des armatures du condensateur. Déduire la nature des oscillations qui ont lieu dans ce circuit.

b- Exprimer l'énergie totale E_T du circuit en fonction des variables q et i.

Déduire l'expression de i^2 en fonction de q^2.

3°) On donne la courbe de variation de $i^2=f(q^2)$.



a- Déduire les valeurs de I_m et Q_m.

b- Déduire les valeurs de :

✓- La pulsation propre ω_0.

✓- La capacité C sachant que U_0 = 25V.

✓- L'inductance L.

✓- L'énergie totale E_T.

4°) a- Donner les expressions de q(t), i(t), u_c (t) et u_L (t).

b- Comparer les phases de q(t) et i(t) ainsi que les phases de u_c (t) et u_L (t).

c- Représenter dans un même repère les courbes q(t) et i(t).

Exercice n° 3

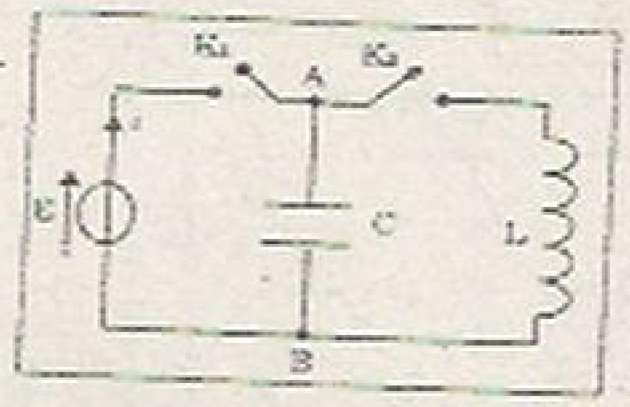
<u>On prendra</u> : $\pi^2 = 10$

On réalise le montage expérimental schématisé sur la figure ci-après :

✓- Un générateur G de f.e.m E=12 V et de résistance interne négligeable.

✓- Un condensateur de capacité C.

✓- Une bobine d'inductance L et de résistance négligeable.

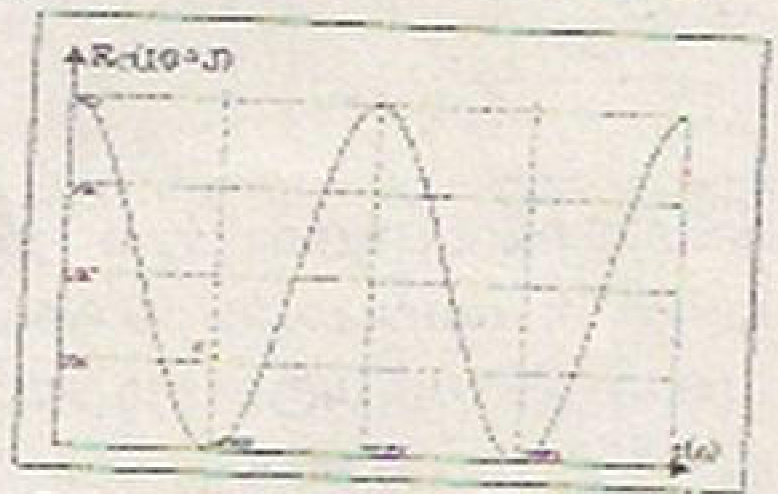


1°) L'interrupteur (K_2) est ouvert et(K_1) est fermé.
Après une brève durée, l'armature A porte la charge maximale Q_0 et l'énergie électrostatique emmagasinée dans le condensateur est $E_C = E_{Cmax}$.
On ouvre (K_1) et on ferme (K_2) à une date t = 0 s ; le circuit est alors le siège d'oscillations électriques non amorties.

a- Montrer que la charge de l'armature A varie selon la loi : $q(t)=Q_0\sin(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi_q)$.

b- Calculer la valeur de φ_q.

2°) Une étude expérimentale nous a permis d'obtenir la courbe représentant les variations de l'énergie électrostatique E_C en fonction du temps ci contre.



a- Ecrire l'expression de E_C en fonction de Q_0, T_0, C et du temps t.

b- Déterminer en utilisant le graphe, les valeurs de T_0, C, L et Q_0.

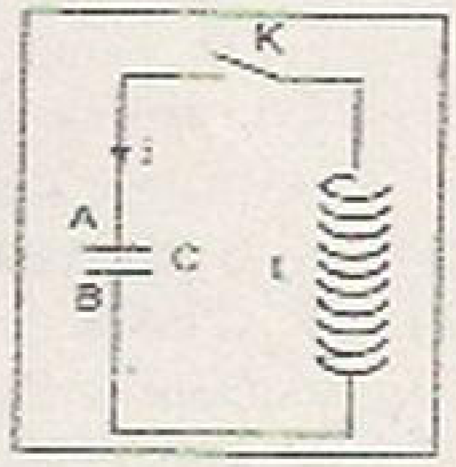
3°) a- Déterminer, par une méthode énergétique, la relation entre la charge q, Q_0, i et ω_0.

b- Déterminer les valeurs de la charge q, lorsque l'intensité du courant qui circule dans le circuit vaut i = $3{,}26.10^{-2}$ A.

c- Pour quelles valeurs de la charge q a-t-on $E_c = E_L$.

Exercice n° 4

Un condensateur de capacité C est chargé à l'aide d'une tension continue $U_0 = 40$ V. l'armature A se charge positivement et l'armature B négativement.



A un instant qu'on choisit comme origine des dates, on relie les bornes A et B du condensateur chargé à celle d'une bobine d'inductance L et de résistance négligeable.

1°) Etablir l'équation différentielle du circuit relative à la charge q de l'armature A. Donner l'expression de la période To de la charge q.

2°) Montre que l'énergie électromagnétique E du circuit est constante. Exprimer E en fonction de C et U_0.

3°) On trace, sur la figure-1 la courbe de variation de l'énergie électrostatique E_C en fonction du carré de l'intensité i du courant ($E_C = f(i^2)$) et sur la figure-2 la courbe de variation de l'énergie magnétique E_L en fonction du temps ($E_L = h(t)$).

a- Déterminer la valeur :

*maximale I_m de l'intensité i.

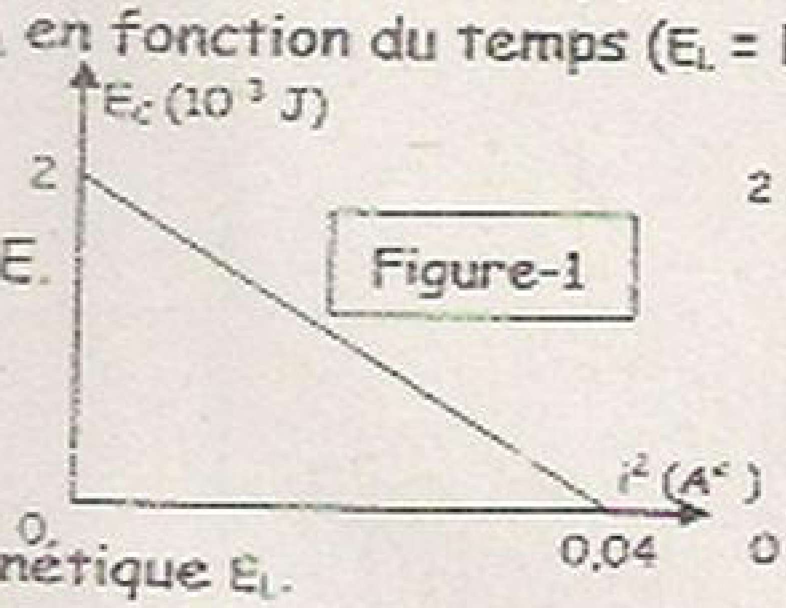
*de l'énergie électromagnétique E.

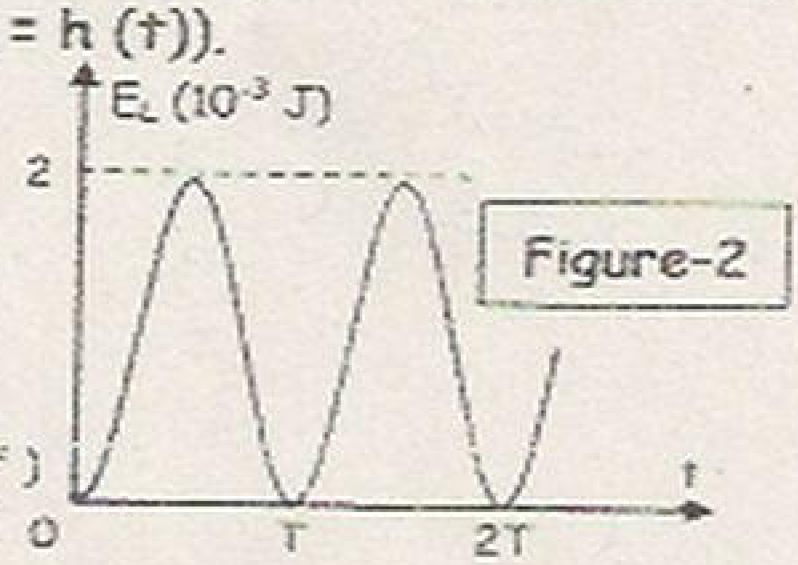
*de la capacité C.

*de l'inductance L.

*maximale Q_m de la charge q.

*de la période T de l'énergie magnétique E_L.





b- Déterminer les expressions de q(t) et i(t).

4°) On introduit, en série, dans le circuit précédentun résistor de résistance faible r.

a- Etablir la nouvelle équation différentielle en u_{AB} (tension aux bores du condensateur)

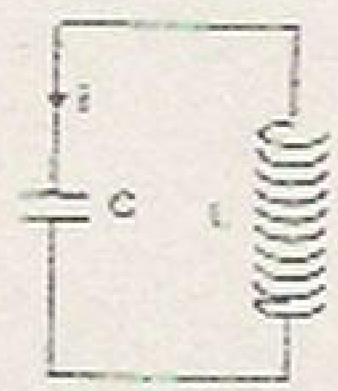
b- Montrer que l'énergie électromagnétique du circuit diminue au cours du temps. Quelle est la cause de cette diminution ?

c- Tracer l'allure de la courbe u_{AB} (t).

d- Pour que la charge du condensateur devienne apériodique, faut-il augmenter ou diminuer la résistance r ?

Exercice n° 5

Le circuit schématisé par la figure ci dessous est formé par une bobine de résistance négligeable et d'inductance L, et d'un condensateur de capacité C initialement chargé.



1°) Etablir l'équation différentielle caractérisant l'oscillateur (L , C) pour la variable q, en déduire l'équation différentielle pour, la variable u_C tension aux bornes du condensateur.

2°) a- En utilisant les expressions de i(t) et de q(t) établir la relation : $I_m^2 = i^2 + 1/LC.q^2$ avec I_m : intensité maximale du courant.

b- En déduire l'expression de l'énergie électrostatique E_C du condensateur en fonction de i^2, L et I_m^2.

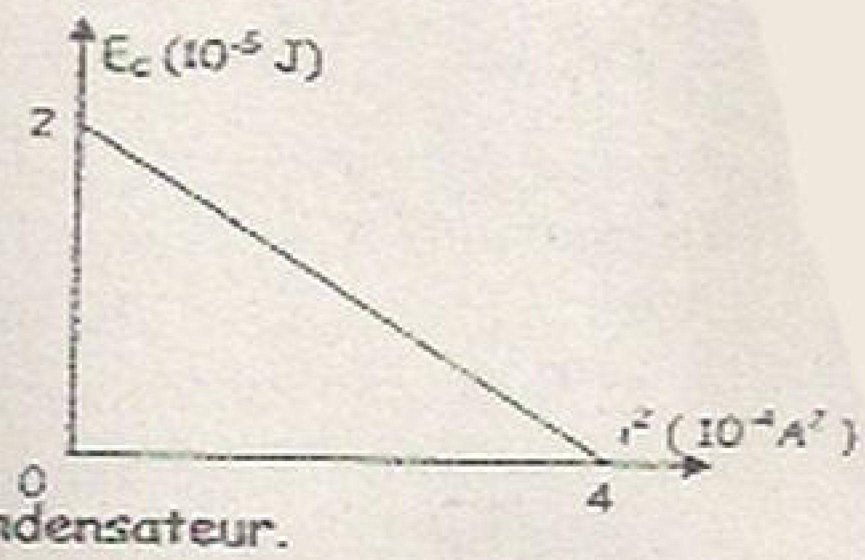
526

3°) Une étude expérimentale donne les variations de E_C en fonction de: i^2 représentées par la courbe ci- contre.

a- Déterminer à partir de la courbe les valeurs de L et de I_m.

b- Déterminer les valeurs de i pour les quels $E_C = E_L$

(E_L : énergie magnétique emmagasinée par la bobine).



4°) La tension aux bornes du condensateur est :

$u_C(t) = 20 \sin(10^3 t + \pi/2)$ { t en (s) ; u_C en (v) }

a- Déterminer les valeurs de C et de Q_m charge maximale du condensateur.

b- Quelle est l'indication d'un voltmètre branché aux bornes du condensateur ?

c- Donner l'expression de l'intensité du courant en fonction du temps i(t).

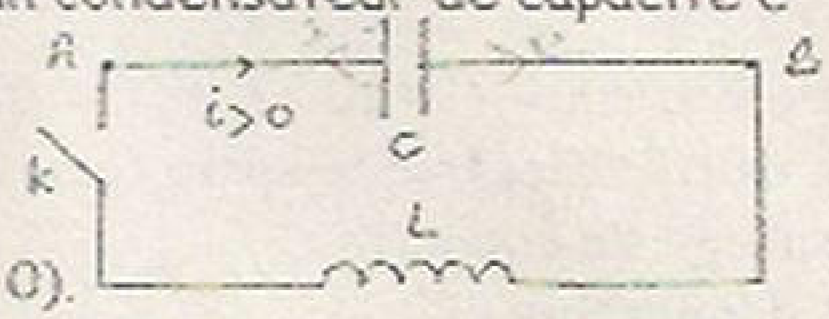
d- Représenter sur le même graphique $u_C(t)$ et i(t). Comparer $u_C(t)$ et i(t).

Révision **OSCILLATIONS ELECTRIQUES LIBRES**

4ème Math et Sc.exp Profs : Abdelmoula et Zribi

On prendra $\pi^2 = 10$

A) On considère le circuit électrique formé par un condensateur de capacité C initialement chargé sous une tension continue $U_0 = 12$ V et une bobine d'inductance L et de résistance négligeable.



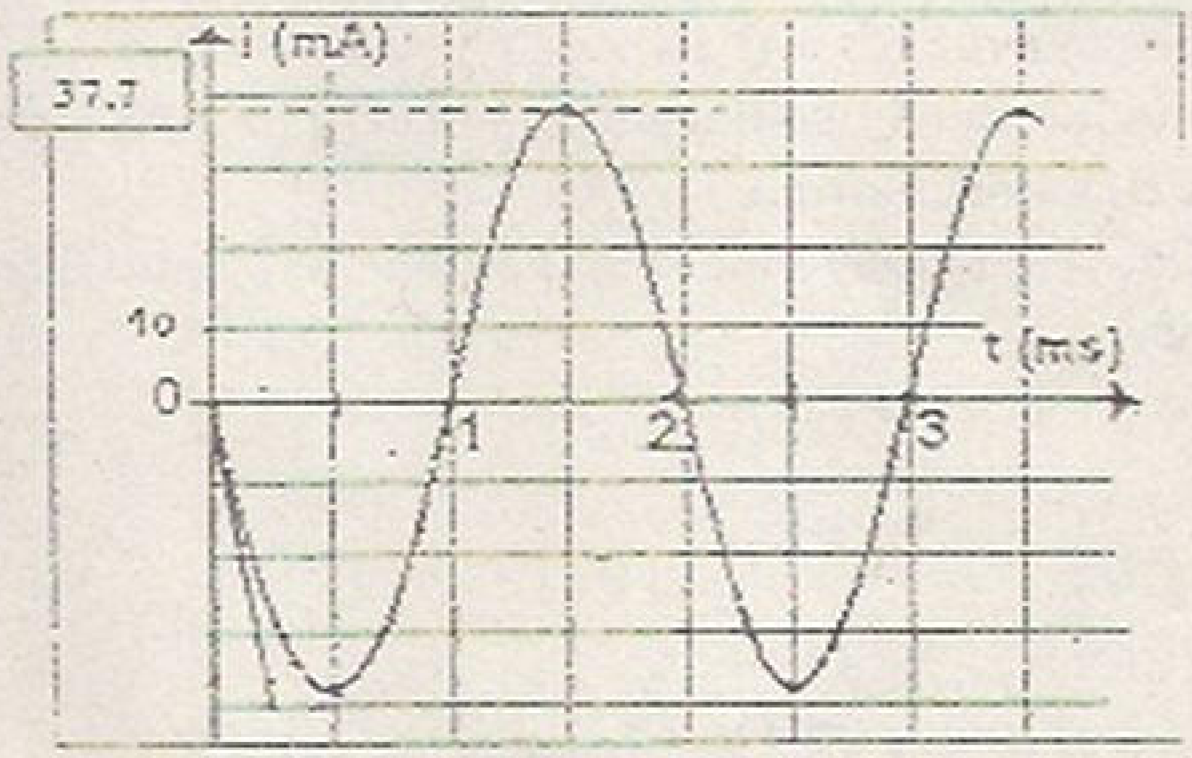
On ferme l'interrupteur à l'origine des temps (t= 0).

1) a) Etablir l'équation différentielle qui régit la variation de la charge q_A du condensateur.

b) Déduire :

* l'équation différentielle qui régit la variation de l'intensité i du courant dans le circuit.
* la nature des oscillations électriques dans le circuit.

2) On donne la courbe de variation de l'intensité i du courant dans le circuit en fonction du temps.



a) Déterminer à partir du graphe :

* l'inductance L de la bobine.
* la capacité C du condensateur.

b)

* Représenter sur le circuit le sens de déplacement des électrons à un instant de date t entre t_0 = 0s et t_1 = 0,5 ms.
* En déduire la charge Q_{0A} de l'armature A à l'instant t_0 = 0s.
* Faire le schéma du circuit utilisé lors de la charge du condensateur.

3) a) Donner l'expression de l'énergie électrique totale du circuit à un instant de date t quelconque en fonction de q et i.

b) Montrer que cette énergie est constante et calculer sa valeur.

4) a) Déterminer les dates des instants pour les quels u_C = 8,485 V = $6\sqrt{2}$ V.

b) Calculer la date pour la quelle u_C prend cette valeur pour la cinquième fois.

c) Calculer les énergies électrostatique et magnétique à cette date.

d) Déterminer le sens de transfert de l'énergie électrique à cette date.

B) On prendra à la suite $C = 10^{-6}$ F et L = 0,1 H.

On réalise le circuit électrique série formé par :

* un condensateur de capacité C,
* une bobine d'inductance L ,
* un résistor de résistance R réglable.

1) a) Etablir l'équation différentielle qui régit la variation de u_C au cours du temps.

b) Exprimer l'énergie électrique totale du circuit en fonction de i et u_C.

c) Montrer que cette énergie diminue au cours du temps.

Dire, en justifiant la réponse, à quoi est due cette diminution.

2) Pour une certaine valeur de R assez faible on observe sur l'écran d'un oscilloscope la courbe u_C = f(t) avec à t = 0 on a u_C = 9 V et i = 0 A.

On suppose que pendant chaque demi oscillation le circuit perd 19% de son énergie au début de cette demi oscillation.

Déterminer la puissance électrique moyenne dissipée par le circuit pendant les deux premières oscillations.

On prendra T = T_0 (période propre du circuit) .